

Concursul de admitere iulie 2023

I. Algebră. Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -3 & -1 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R})$ și

$$T = \{xI_2 + yA \mid x, y \in \mathbb{Z}\},$$

unde I_2 este matricea unitate de ordinul 2.

(a) Demonstrați egalitatea: $A^2 = 3A - 2I_2$.

Determinați numărul real $\alpha \in \mathbb{R}$ pentru care $(I_2 - A)^2 = \alpha(I_2 - A)$.

(b) Demonstrați că $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -3 & -3 \end{pmatrix} \in T$, apoi verificați dacă $\begin{pmatrix} 4 & 4 \\ -6 & -3 \end{pmatrix} \in T$.

(c) Arătați că, pentru orice număr natural n , $n \geq 1$, există un număr natural nenul x_n astfel încât

$$A^n = x_n A + (1 - x_n)I_2.$$

(d) Verificați că mulțimea $\{I_2 - A; -I_2 + A\}$ este grup în raport cu operația de înmulțire a matricelor. Determinați apoi toate submulțimile cu două elemente ale lui T , care sunt grupuri în raport cu operația de înmulțire a matricelor.

II. Analiză. Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin $f(x) = \arctg x - x$.

(a) Demonstrați că funcția f este descrescătoare pe $\mathbb{R}$. Determinați apoi toate asimptotele la graficul funcției f .

(b) Demonstrați că $\int_0^1 x f(x) dx = \frac{3\pi - 10}{12}$.

(c) Arătați că $x - \frac{x^3}{3} \leq \arctg x \leq x$, pentru orice $x \in [0, \infty)$.

(d) Calculați limita

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\arctg \left(\frac{1}{n^2} \right) + \arctg \left(\frac{2}{n^2} \right) + \cdots + \arctg \left(\frac{n}{n^2} \right) \right).$$

III. Geometrie. Fie paralelogramul $ABCD$.

(a) Definim punctele M și N astfel încât $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB}$ și $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{4} \overrightarrow{AC}$. Demonstrați că

$$\overrightarrow{DN} = -\frac{3}{4} \overrightarrow{AD} + \frac{1}{4} \overrightarrow{AB}.$$

Găsiți $a, b \in \mathbb{R}$ astfel încât $\overrightarrow{MN} = a \overrightarrow{AD} + b \overrightarrow{AB}$.

(b) Demonstrați că pentru orice punct P din planul paralelogramului este adevărată relația

$$\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{PD} + \overrightarrow{PB}.$$

(c) Demonstrați că este adevărată relația

$$AC^2 + BD^2 = 2(AB^2 + AD^2).$$

(d) Calculați măsurile unghiurilor paralelogramului $ABCD$ dacă este adevărată relația

$$AC^2 \cdot BD^2 = AB^4 + AD^4.$$

INFORMATICĂ – Varianta 4

În cele ce urmează $x \text{ div } y$ și $x \text{ mod } y$ reprezintă câtul și restul împărțirii numărului natural x la numărul natural nenul y .

1. Se consideră următoarea secvență de cod, în care variabila k este de tip întreg, iar variabilele s și p pot memora fiecare câte un șir format din cel mult **20** de caractere:

```
strcpy(s, "admitere2023");  
for(k=1; k<strlen(s); k++){  
    strcpy(p, s);  
    p[k]='\0';  
    strcpy(s, s+k);  
    strcat(s, p);  
}  
cout<<s[0]; | printf("%c", s[0]);
```

```
s:='admitere2023';  
for k:=1 to length(s)-1 do  
    begin  
        p:=copy(s, 1, k);  
        delete(s, 1, k);  
        s:=s + p;  
    end;  
write(s[1]);
```

Care este caracterul afișat în urma executării acestei secvențe de cod?

- A) e B) 2 C) r D) a
2. Ana și Bogdan au o pungă cu $N \geq 1$ bomboane și joacă următorul joc care are mai multe runde. La fiecare rundă, jucătorul curent trebuie să extragă un număr de bomboane egal cu o putere a lui 2 (1, 2, 4, 8, etc.) din cele rămase din pungă. Jucătorul al cărui rând vine și nu mai poate extrage bomboane pierde. Primul jucător este întotdeauna Ana. Fiecare jucător joacă perfect, în sensul în care, dacă există o strategie care să îi garanteze câștigul, jucătorul o va urma. Spre exemplu, dacă $N = 1$ sau $N = 2$ Ana va câștiga întotdeauna întrucât poate extrage $1 = 2^0$ sau $2 = 2^1$ bomboane, iar Bogdan nu mai poate extrage. Dacă $N = 3$ Ana poate extrage 1 sau 2 bomboane, dar apoi Bogdan va extrage pe cele rămase și astfel va câștiga. Dacă Ana și Bogdan joacă în total 5 jocuri, cu N având pe rând valorile 10, 15, 23, 35, 44 pentru fiecare din cele 5 jocuri, câte jocuri câștigă Ana?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 2

3. Folosind metoda backtracking se generează toate matricele pătratice de dimensiune **4** cu elemente din mulțimea $\{0, 1\}$ cu proprietatea că pe fiecare linie și pe fiecare coloană există un unic element egal cu **1**. Știind că în șirul matricelor generate primele **6** matrice sunt în ordine:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

pe ce poziție în șirul matricelor generate este matricea de mai jos (pozițiile se numerează de la 1)?

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- A) 9 B) 10 C) 7 D) 8

4. În urma participării la Concursul MateInfoUB între elevii participanți s-au legat 2023 de prietenii reciproce. Dacă 83 de elevi s-au împrietenit fiecare cu exact 3 elevi, 98 elevi s-au împrietenit fiecare cu exact 4 elevi, iar restul s-au împrietenit fiecare cu alți 5 elevi, atunci numărul elevilor participanți la concurs a fost:

- A) 865 B) 681 C) 862 D) 457

5. Se consideră vectorul $v = [5, -5, 3, -3, 1, -2, 2, -4, 4]$. O schimbare de semn asupra elementelor lui v înseamnă înmulțirea unui singur element din v cu -1 . Se efectuează asupra elementelor lui v exact **15** de schimbări de semn (putem schimba semnul unui element $v[i]$ de mai multe ori). Care este suma maximă a elementelor vectorului v astfel obținut?

- A) 27 B) 25 C) 29 D) 23

6. Fie v un vector cu 1 milion de elemente, toate inițializate cu 0 și cu pozițiile numerotate de la 1. Se consideră următoarea secvență de pseudocod, în care variabilele i , j , n și nr sunt toate de tip întreg:

```

citește n
nr ← 0
pentru i ← 2, n-1 execută
    dacă v[i] = 0 atunci
        v[i*i] ← 2
        j ← i+1
        cât timp j*i < n execută
            v[i*j] ← 1
            j ← j+1
    dacă v[i] = 2 atunci
        nr ← nr+1
scrie nr

```

Precizați ce va afișa secvența de pseudocod de mai sus, dacă pentru variabila n se va citi valoarea **256**:

- A) 6 B) 8 C) 12 D) 0
7. Care din următoarele secvențe de pseudocod afișează DA numai în cazul în care numărul natural $n \geq 2$ este prim?

(1) $i \leftarrow 1$
 $cnt \leftarrow 0$
 cât timp $i < n$ execută
 dacă $n \bmod i = 0$ atunci
 $cnt \leftarrow cnt + 1$
 $i \leftarrow i + 1$
 dacă $cnt = 2$ atunci
 scrie "DA"

(2) $i \leftarrow 2$
 $cnt \leftarrow 0$
 cât timp $i * i < n$ execută
 dacă $n \bmod i = 0$ atunci
 $cnt \leftarrow cnt + 1$
 $i \leftarrow i + 1$
 dacă $cnt = 0$ atunci
 scrie "DA"

(3) $i \leftarrow 2$
 $cnt \leftarrow 1$
 cât timp $i \leq n$ execută
 dacă $n \bmod i = 0$ atunci
 $cnt \leftarrow cnt + 1$
 $i \leftarrow i + 1$
 dacă $cnt = 2$ atunci
 scrie "DA"

(4) $i \leftarrow 1$
 $cnt \leftarrow 0$
 cât timp $i * i \leq n$ execută
 dacă $n \bmod i = 0$ atunci
 $cnt \leftarrow cnt + 1$
 $i \leftarrow i + 1$
 dacă $cnt = 0$ atunci
 scrie "DA"

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 1
8. Câte dintre următoarele afirmații sunt adevărate pentru arborele reprezentat prin vectorul de tați (5, 11, 9, 5, 2, 3, 2, 1, 2, 7, 0)?

- lungimea maximă a unui lanț elementar este 6
- nodul 2 are 9 descendenți direcți
- nodul 1 are 3 frați
- arborele are 5 noduri de grad 1

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 0

9. În următorul algoritm descris (incomplet) în pseudocod variabilele **i**, **j**, **n**, **x** și **ok** sunt de tip întreg, **a** este o matrice de numere întregi cu **n** linii și **n** coloane ($n \geq 2$), având liniile și coloanele numerotate de la **1** la **n**, iar **expresie_logica_1** și **expresie_logica_2** sunt două expresii logice care vor fi înlocuite cu expresii date.

```
ok ← 0
x ← 0
pentru i ← 1, n execută
    pentru j ← 1, n execută
        x ← x + a[i, j]
        dacă expresie_logica_1 atunci
            ok ← 1
    ■
■
dacă expresie_logica_2
    atunci
        scrie "da"
    altfel
        scrie "nu"
■
```

Se înlocuiesc, pe rând, **expresie_logica_1** și **expresie_logica_2** cu următoarele expresii, obținând-se patru algoritmi în pseudocod astfel:

- **Algoritmul 1:** se înlocuiește **expresie_logica_1** cu expresia $a[i, j] = 0$, iar **expresie_logica_2** cu expresia $ok = 1$
- **Algoritmul 2:** se înlocuiește **expresie_logica_1** cu expresia $a[i, j] \geq 0$, iar **expresie_logica_2** cu expresia $(x = 0)$ și $(ok = 1)$
- **Algoritmul 3:** se înlocuiește **expresie_logica_1** cu expresia $a[i, j] < 0$, iar **expresie_logica_2** cu expresia $(x = 0)$ și $(ok = 0)$
- **Algoritmul 4:** se înlocuiește **expresie_logica_1** cu expresia $a[i, j] \neq a[1, 1]$, iar **expresie_logica_2** cu expresia $(ok = 0)$ și $(a[1, 1] = 0)$

Câți dintre cei patru algoritmi obținuți afișează mesajul "da" dacă și numai dacă toate elementele matricei **a** sunt egale cu **0**?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 1

10. Considerăm șirul infinit de numere $s_1, s_2, s_3, \dots$ obținut astfel: i) primul termen s_1 este un număr dat din intervalul $[1, 49]$; ii) al doilea termen s_2 se calculează folosind formula $s_2 = 2 * s_1 - (s_1 \bmod 10) + 1$; iii) ceilalți termeni s_i , cu $i \geq 3$, se obțin prin alipirea termenilor s_{i-1} și s_{i-2} . Astfel, dacă se alege $s_1 = 1$ vom avea $s_2 = 2, s_3 = 21, s_4 = 212, s_5 = 21221$ etc. Care dintre următoarele valori nu poate fi numărul de cifre ale unui termen s_i al șirului, indiferent de valoarea dată primului termen?

- A) 288 B) 110 C) 184 D) 377

11. Fie **G** graful neorientat cu mulțimea nodurilor $V = \{1, 2, 3, \dots, 23\}$ și mulțimea muchiilor descrisă de următoarea proprietate: două noduri distincte **i** și **j** din **V** sunt adiacente dacă și numai dacă **i** și **j** au cel puțin un divizor comun mai mare strict decât **1**. Câte componente conexe are graful **G**?

- A) 10 B) 5 C) 9 D) 6

12. În următoarea secvență de cod variabilele **i**, **j** și **k** sunt de tip întreg, iar **n** este un număr natural citit de la tastatură. Care este complexitatea timp a acestei secvențe de cod?

Limbajele C/C++	Limbajul Pascal
<pre> k = 0; for (i = n / 2; i <= n; i++) for (j = 2; j <= n; j = j * 2) k = k + n / 2; </pre>	<pre> k := 0; for i:=n div 2 to n do begin j:=2; while j<=n do begin k := k + n div 2; j:=j*2; end; end; </pre>
A) $O(n \cdot \log_2 n)$ B) $O(n^2)$ C) $O(n^2 \cdot \log_2 n)$ D) $O(n)$	

13. Bogdan și-a pus o parolă la jocul său preferat. Ana a aflat că parola lui este formată din 4 caractere și conține numai literele mari ale alfabetului englez (A-Z) care au codul ASCII un număr divizibil cu 5. Ana vrea să îi ghicească parola și știe că litera A are codul ASCII 65, iar litera Z are codul ASCII 90. Care este numărul maxim de parole greșite diferite pe care le poate încerca Ana (dar care respectă condițiile aflate) înainte de a ghici parola?

A) 29 B) 14 C) 720 D) 1295

14. Considerăm următoarea funcție recursivă:

Limbajele C/C++	Limbajul Pascal
<pre> int t(int n, int i, int p) { if(p == n) return 1; if(p > n) return 0; return t(n, i+1, p*i); } </pre>	<pre> function t(n, i, p: integer):integer; begin if p = n then t := 1 else if p > n then t := 0 else t := t(n, i+1, p*i); end; </pre>

Pentru câte numere naturale nenule $k \leq 25$ funcția va furniza valoarea 1 în urma apelului $t(k, 1, 1)$?

A) 3 B) 5 C) 7 D) 4

15. Considerăm următorul algoritm:

```

citește a, b (numere naturale nenule)
pentru k ← 1, a+b execută
    dacă a mod k + b mod k = 0 atunci
        c ← (a div k) * b
scrie c

```

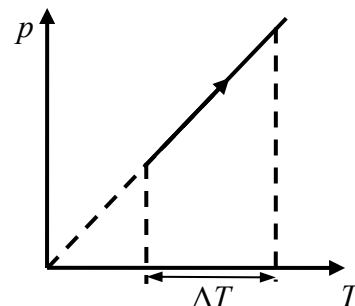
Precizați ce va afișa întotdeauna algoritmul de mai sus:

A) cel mai mare divizor comun al numerelor **a** și **b**
 C) cel mai mic multiplu comun al numerelor **a** și **b**

B) cel mai mare divizor al numărului **a*b**
 D) **(a * b) div (a + b)**

FIZICĂ – Varianta 4

1. O cantitate fixată de gaz ideal descrie o transformare în coordonate temperatură (T), presiune (p) schițată în figura alăturată. Cu notațiile, R pentru constanta universală a gazelor ideale, C_V și C_p pentru căldura molară la volum constant, respectiv căldura molară la presiune constantă a gazului ideal, căldura Q primită de gaz pentru ca temperatura acestuia să crească cu ΔT are expresia:

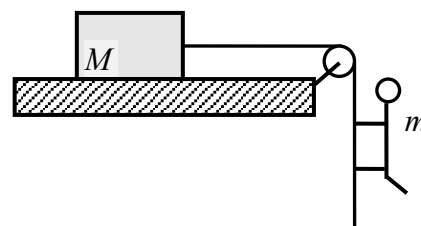


A) $Q = \nu R \Delta T$	B) $Q = \nu C_p \Delta T$	C) $Q = p \Delta V$	D) $Q = \nu C_V \Delta T$
-------------------------	---------------------------	---------------------	---------------------------

2. Patru elevi discută despre ce fenomene s-ar putea întâmpla făcând experimente cu un rezistor care respectă legea lui Ohm și a cărei temperatură este menținută constantă. Primul elev afirmă că este posibil ca pentru două tensiuni diferite între capetele rezistorului să se obțină aceeași valoare a intensității curentului prin el. Al doilea elev afirmă că este posibil ca pentru două valori diferite ale intensității curentului prin rezistor să se obțină aceeași tensiune pe rezistor. Al treilea elev afirmă că puterea electrică disipată pe rezistor este direct proporțională cu tensiunea aplicată pe rezistor. Al patrulea elev afirmă că pătratul intensității curentului prin rezistor este direct proporțional cu puterea electrică disipată pe rezistor. Care dintre elevi a făcut o afirmație corectă?

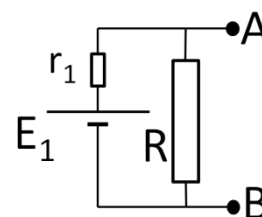
A) Primul elev	B) Al doilea elev	C) Al treilea elev	D) Al patrulea elev
----------------	-------------------	--------------------	---------------------

3. O pisică cu masa $m = 1 \text{ kg}$ urcă pe o frânghie de masă neglijabilă trecută peste un scripete de masă neglijabilă, care se poate roti fără frecare în lagărul său. Capătul opus al frânghiei este legat de un corp de masă $M = 1 \text{ kg}$, care alunecă fără frecare pe un plan orizontal, vezi desenul alăturat. Considerați că în timpul mișcării pisicii frânghia rămâne în poziția verticală inițială (frânghia nu oscilează) și accelerația gravitațională este 10 ms^{-2} . Care este tensiunea din frânghie când pisica urcă pe frânghie cu accelerația $a' = 2 \text{ ms}^{-2}$ față de frânghie?



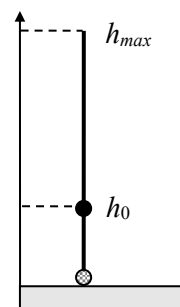
A) 6 N	B) 8 N	C) 10 N	D) 4 N
--------	--------	---------	--------

4. În circuitul din figură se cunosc rezistența R , tensiunea electromotoare E_1 și rezistența internă r_1 a bateriei. Rezistența conductorilor de legătură este neglijabilă. Dacă unim punctele A și B printr-un conductor de rezistență neglijabilă tensiunea între cele două puncte capătă o anumită valoare. În continuare, deconectăm conductorul de rezistență neglijabilă și conectăm în locul lui bornele unei baterii cu tensiunea electromotoare E_2 și rezistența internă r_2 , constatând că tensiunea între punctele A și B nu s-a schimbat față de cazul precedent. Ce expresie are tensiunea electromotoare E_2 și unde trebuie conectată borna negativă a celei de-a doua baterii ?



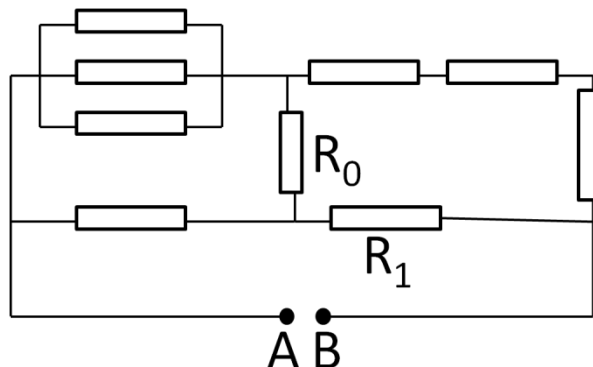
A) $E_2 = \frac{r_2}{r_1 + r_2 + R} E_1$ Borna negativă a celei de-a doua baterii conectată la punctul A	B) $E_2 = \frac{r_2}{r_1} E_1$ Borna negativă a celei de-a doua baterii conectată la punctul A	C) $E_2 = \frac{r_1}{r_2} E_1$ Borna negativă a celei de-a doua baterii conectată la punctul B	D) $E_2 = \frac{r_1}{r_1 + r_2 + R} E_1$ Borna negativă a celei de-a doua baterii conectată la punctul B
---	---	---	---

5. Un punct material de masă m este aruncat în sus, pe verticală, de la suprafața pământului. Punctul material atinge înălțimea maximă $h_{\max}$ și cade înapoi, pe verticală, până la înălțimea finală $h_0 < h_{\max}$ (vezi figura din dreapta). Considerând că mișcarea se face în câmp gravitațional uniform de mărime g , lucrul mecanic total W făcut de forța de greutate a punctului material în timpul mișcării descrise este:



A) $W = mgh_0$	B) $W = mg(h_0 - h_{\max})$	C) $W = mg(h_{\max} - h_0)$	D) $W = -mgh_0$
----------------	-----------------------------	-----------------------------	-----------------

6. Nouă rezistori sunt conectați ca în figură. Cei șapte rezistori care nu sunt notați în figură sunt identici, fiecare având rezistența R . Ce valoare trebuie să aibă R_1 astfel încât dacă se aplică o tensiune între punctele A și B puterea disipată pe rezistorul de rezistență R_0 să fie nulă? Se neglijează rezistența conductorilor de legătură.

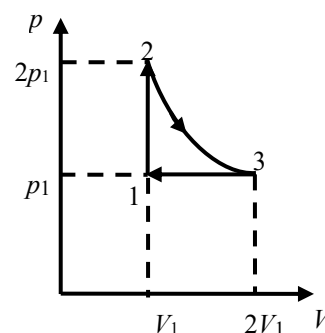


A) $R_1 = \frac{R_0 + R\sqrt{7}}{3}$	B) $R_1 = \sqrt{7R_0R}$	C) $R_1 = 9R$	D) $R_1 = 3R$
--------------------------------------	-------------------------	---------------	---------------

7. Un corp este suspendat de un fir inextensibil legat de tavanul unui lift. Întregul sistem este în stare de repaus față de Pământ. Accelerația gravitațională g este constantă și frecarea cu aerul se neglijează. La momentul t_0 se taie simultan firul de suspensie a corpului și cablul de susținere a liftului. Patru elevi discută despre ce se va petrece după tăierile simultane. Primul elev afirmă că imediat după momentul t_0 liftul se mișcă rectiliniu uniform accelerat cu accelerația g față de Pământ iar corpul cade și el dar mai încet astfel încât tavanul îl va lovi la un moment dat dacă distanța până la suprafața Pământului este suficient de mare. Al doilea elev afirmă că imediat după momentul t_0 atât corpul cât și liftul se vor mișca spre Pământ cu accelerația g , dar corpul pleacă un pic mai târziu decât liftul deoarece are masa mai mică. Al treilea elev afirmă că liftul va fi în repaus față de corp până când podeaua lui se ciocnește de Pământ. Al patrulea elev afirmă că imediat după momentul t_0 corpul se va deplasa rectiliniu și uniform față de lift spre tavanul acestuia. Care dintre elevi a făcut o afirmație corectă?

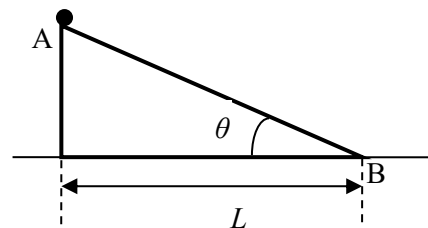
A) Primul elev	B) Al doilea elev	C) Al treilea elev	D) Al patrulea elev
----------------	-------------------	--------------------	---------------------

8. O cantitate fixată de gaz ideal monoatomic efectuează procesul ciclic reprezentat în figura alăturată. Transformarea $2 \rightarrow 3$ este o destindere izotermă. În aproximația $\ln 2 = 0.693$, randamentul acestui ciclu termodinamic este:



A) 0,326	B) 0,295	C) 0,186	D) 0,134
----------	----------	----------	----------

9. Un corp asimilat ca punct material este lăsat liber pe vârful A al unui plan înclinat fix cu lungimea catetei orizontale L și înclinarea θ , ca în figura alăturată. Mișcarea corpului se face fără frecare în câmp gravitațional uniform. Valoarea unghiului θ astfel încât corpul să ajungă la baza planului înclinat în B în cel mai scurt timp, pentru o valoare fixă a lungimii L , este:

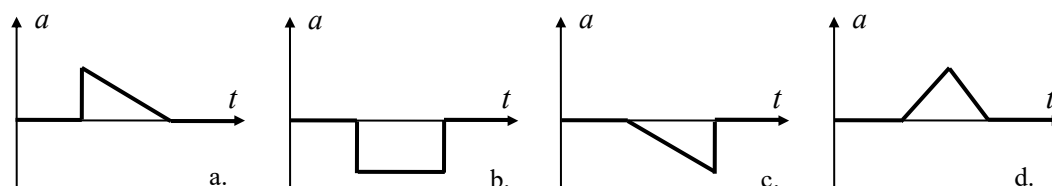
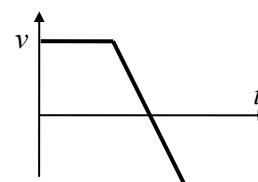


A) 45°	B) 60°	C) 75°	D) 30°
---------------	---------------	---------------	---------------

10. Conductorii de legătură utilizați în realizarea circuitelor sunt confecționați de obicei din cupru și deseori se afirmă că rezistența lor este neglijabilă. Pentru a vedea cât de plauzibilă este această afirmație un elev calculează rezistența unui conductor cilindric din cupru ($\rho = 1,7 \times 10^{-8} \Omega \text{ m}$) având lungimea de un metru și aria secțiunii transversale de un milimetru pătrat. Ce valoare ar trebui să găsească elevul?

A) $R = 1,7 \times 10^{-3} \Omega$	B) $R = 58,8 \Omega$	C) $R = 0,017 \Omega$	D) $R = 1,7 \times 10^{-14} \Omega$
------------------------------------	----------------------	-----------------------	-------------------------------------

11. Un mobil care se deplasează rectiliniu are viteza v reprezentată în funcție de timpul t ca în figura din dreapta. Care dintre graficele de mai jos reprezintă corect accelerația mobilului în funcție de timp?



A) a.	B) b.	C) c.	D) d.
-------	-------	-------	-------

12. Un elev desenează în coordonate (p, V) două curbe care reprezintă transformări cvasistatice ale unei cantități fixate de gaz ideal. O transformare este adiabatică și cealaltă izotermă. Un coleg constată că cele două curbe se intersectează în două puncte. Patru elevi comentează acest grafic făcând afirmații diferite. Primul elev spune că cele două curbe nu se pot intersecta decât într-un singur punct pentru că dacă s-ar intersecta în două puncte nu ar fi respectat Principiul al II-lea al termodinamicii. Al doilea elev afirmă că cele două curbe se pot intersecta în oricât de multe puncte depinzând de cât de mare este volumul gazului. Al treilea elev afirmă că cele două curbe se intersectează totdeauna în două puncte dar că în manuale și culegeri apare numai un punct pentru că presiunea la care apare cealaltă intersecție este prea mică față de presiunile cu care se lucrează uzual. Al patrulea elev afirmă că în ambele transformări căldura schimbată de gaz este zero și din acest motiv cele două curbe nu trebuie să se intersecteze. Care dintre elevi a făcut o afirmație corectă?

A) Primul elev	B) Al doilea elev	C) Al treilea elev	D) Al patrulea elev
----------------	-------------------	--------------------	---------------------

13. La bornele unei baterii cu tensiunea electromotoare E și rezistența internă r sunt conectate în paralel N voltmetre identice. Rezistența internă R_V a fiecăruia din cele N voltmetre satisface relația $R_V = 2023Nr$. Ce expresie are tensiunea U măsurată de voltmetre?

A) $U = \frac{2022}{2023} E$	B) $U = \frac{2023}{2024} E$	C) $U = \frac{2024}{2025} E$	D) $U = E$
------------------------------	------------------------------	------------------------------	------------

14. O cantitate fixată de gaz ideal monoatomic are în starea inițială volumul $V_1 = 1 \text{ m}^3$ și presiunea $p_1 = 10^5 \text{ Nm}^{-2}$. Gazul se încălzește izocor și apoi se destinde izobar, astfel încât în starea finală volumul gazului se dublează iar presiunea se triplează față de starea inițială. Variația energiei interne a gazului în acest proces (de trecere de la starea inițială la starea finală) este:

A) 550kJ	B) 650 kJ	C) 750 kJ	D) 450 kJ
----------	-----------	-----------	-----------

15. O cantitate fixată de gaz ideal efectuează o transformare generală în care presiunea se reduce la jumătate, iar temperatura absolută se dublează. În această transformare, volumul gazului în starea finală:

A) Scade de 2 ori	B) Crește de 2 ori	C) Crește de 4 ori	D) Scade de 4 ori
-------------------	--------------------	--------------------	-------------------

Variantă 4