

LUCRARE SCRISĂ LA MATEMATICĂ
VARIANTA I

1. Fie ecuația $mx^2 + 3x - 1 - m = 0$, $m \in \mathbb{R}^*$, unde x_1, x_2 sunt soluțiile ecuației. Atunci valoarea expresiei $3x_1x_2 - x_1 - x_2$ este:
a) -3 ; **b)** $\ln 2$; **c)** $\sqrt{3}$; **d)** $-\pi$; **e)** e .
2. Fie $(a_n)_{n \geq 1}$ o progresie aritmetică de rație r . Știind că $a_1 = 3$ și $a_{27} = 81$, atunci r este:
a) 3 ; **b)** 0 ; **c)** -4 ; **d)** 4 ; **e)** -1 .
3. Se consideră binomul $(\sqrt[3]{x} - x\sqrt{x})^{11}$. Coeficientul termenului din dezvoltare care-l conține pe x^6 este:
a) 55 ; **b)** 50 ; **c)** 45 ; **d)** 35 ; **e)** 30 .
4. Dacă ecuația $x^3 - 5x^2 + 7x + 13 = 0$ are rădăcina $x_1 = 3 + 2i$, unde $i^2 = -1$, atunci $x_2 \cdot x_3$ este:
a) $-3 + 2i$; **b)** $-3 - 2i$; **c)** $-1 + 2i$; **d)** $1 + 2i$; **e)** $2i$.
5. Valoarea reală a lui m pentru care sistemul
$$\begin{cases} mx + y - 2z = 2 \\ 2x + y + 3z = 1 \\ (2m-1)x + 2y + z = 2 \end{cases}$$
 este incompatibil, este:
a) $m = 3$; **b)** $m = 2 \ln 3$; **c)** $m = 9\sqrt{2}$; **d)** $m = 5e$; **e)** $m = 7\pi$.
6. Dacă $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$ și $\alpha \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$, atunci $\operatorname{tg} \alpha$ are valoarea:
a) $\frac{4}{3}$; **b)** $-\frac{4}{3}$; **c)** $\frac{1}{3}$; **d)** $-\frac{1}{3}$; **e)** $\frac{5}{3}$.
7. Unghiul format de vectorii $\vec{u} = 2\vec{i} - 5\vec{j}$ și $\vec{v} = 5\vec{i} + 2\vec{j}$, este:
a) $\frac{\pi}{2}$; **b)** $\frac{\pi}{4}$; **c)** $\frac{\pi}{3}$; **d)** $\frac{\pi}{6}$; **e)** $\frac{2\pi}{3}$.
8. Parametrul $\lambda \in \mathbb{R}$, pentru care familia de drepte $x - y + 1 + \lambda(2x - y) = 0$, este paralelă cu Ox , are valoarea:
a) $-\frac{1}{2}$; **b)** $\frac{1}{2}$; **c)** $-\frac{3}{2}$; **d)** 0 ; **e)** 1 .
9. Dacă $z^2 + z + 1 = 0$, atunci valoarea expresiei $z^{2013} + \frac{1}{z^{2013}}$, este:
a) 2 ; **b)** -2 ; **c)** 1 ; **d)** 4 ; **e)** i .
10. Fie punctele $A(-2;0)$, $B(4;0)$ și $C(0;6)$. Distanța de la punctul B la dreapta (AC) este:
a) $\frac{9\sqrt{10}}{5}$; **b)** $\frac{3\sqrt{10}}{5}$; **c)** $\frac{9\sqrt{10}}{7}$; **d)** $\sqrt{10}$; **e)** $9\sqrt{10}$.
11. Fie funcția $f: \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{a \ln(3-x)}{x-2}, & x < 2 \\ \frac{2^x - 4}{x-2}, & x > 2 \end{cases}$. Valoarea parametrului $a \in \mathbb{R}$, pentru care funcția f poate fi prelungită prin continuitate la $\mathbb{R}$, este:
a) $-4 \ln 2$; **b)** $4 \ln 2$; **c)** $\ln 2$; **d)** $2 \ln 2$; **e)** $-2 \ln 2$.

12. Valorile parametrilor $m, n, p \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația $x^4 + 3x^3 - mx^2 + (n+2)x + p - 1 = 0$ are rădăcina triplă $x = -1$, sunt:
a) $m = -3, n = -1, p = 1$; **b)** $m = 3, n = -1, p = 1$; **c)** $m = -3, n = 1, p = 1$;
d) $m = -3, n = -1, p = -1$; **e)** $m = -3, n = -1, p = 2$.
13. Fie funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{ax + a - 2}{x^2 + 1}$, $a \in \mathbb{R}$. Valoarea parametrului a , pentru care funcția are un punct de extrem egal cu 1 în punctul de abscisă $x = 1$, este:
a) 2; **b)** -2; **c)** 3; **d)** -3; **e)** 0.
14. Dacă $F(x) = \int \frac{1}{x(1 + \ln x)} dx$ și $F(e) = 0$, unde e este baza logaritmilor naturali, atunci $F(e^2)$ este:
a) $\ln \frac{3}{2}$; **b)** $\ln 6$; **c)** $\ln \frac{2}{3}$; **d)** $\ln \frac{1}{2}$; **e)** $\ln 3$.
15. Valoarea integralei $\int_1^2 \frac{x^3}{x+2} dx$ este:
a) $\frac{10}{3} + 8 \ln \frac{3}{4}$; **b)** $\frac{10}{3} - 8 \ln \frac{3}{4}$; **c)** $-\frac{10}{3} + 8 \ln \frac{3}{4}$; **d)** $\frac{10}{3} + \ln \frac{3}{4}$; **e)** $\frac{1}{3} + 8 \ln \frac{3}{4}$.

Rezolvare subiect matematică
Varianta I

1.

$$x_1 + x_2 = -\frac{3}{m};$$

$$x_1 x_2 = -\frac{1}{m} - 1;$$

$$3x_1 x_2 - x_1 - x_2 = -3.$$

2.

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$

$$\left. \begin{array}{l} a_{27} = 3 + 26 \cdot r \\ a_{27} = 81 \end{array} \right\} \Rightarrow r = 3.$$

3.

$$T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k;$$

$$T_{k+1} = (-1)^k C_{11}^k x^{\frac{11-k}{3} + \frac{3k}{2}};$$

$$\frac{11-k}{3} + \frac{3k}{2} = 6 \Rightarrow k = 2;$$

$$\text{- coeficientul lui } x^6: (-1)^2 C_{11}^2 = 55.$$

4.

$$\left. \begin{array}{l} x_1 x_2 x_3 = -13 \\ x_1 = 3 + 2i \end{array} \right\} \Rightarrow x_2 x_3 = -\frac{13}{3+2i} = -3 + 2i.$$

5.

$$\Delta = \begin{vmatrix} m & 1 & -2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 2m-1 & 2 & 1 \end{vmatrix};$$

$$\text{- sistem incompatibil} \Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow m = 3;$$

$$\text{- pentru } m = 3, \text{ sistemul devine } \begin{cases} 3x + y - 2z = 2 \\ 2x + y + 3z = 1 \\ 5x + 2y + z = 2 \end{cases}; \text{ se observă că ecuația 1+ ecuația 2= ecuația 3}$$

exclusiv termenii liberi, deci sistemul este incompatibil.

6.

$$\text{- cum } \alpha \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2} \right) \Rightarrow \sin \alpha < 0;$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{-\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}{\cos \alpha} = \frac{4}{3}.$$

7.

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos \alpha, \text{ unde } \alpha \text{ este unghiul format de vectorii } \vec{u} \text{ și } \vec{v};$$

$$10 - 10 = \sqrt{29} \cdot \sqrt{29} \cdot \cos \alpha \Rightarrow \cos \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2}.$$

8.

$$\text{- panta familiei de drepte } m = \frac{2\lambda + 1}{\lambda + 1};$$

$$\text{- familia de drepte este paralelă cu } Ox \text{ dacă } m = 0 \Rightarrow \lambda = -\frac{1}{2}.$$

9. $z^2 + z + 1 = 0 \Rightarrow z^3 = 1;$

$$z^{2013} = (z^3)^{671} = 1;$$

- valoarea expresiei $z^{2013} + \frac{1}{z^{2013}} = 2.$

10. - ecuația dreptei (AC): $\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ -2 & 0 & 1 \\ 0 & 6 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow 3x - y + 6 = 0;$

- distanța de la punctul B la dreapta (AC): $d(B, AC) = \frac{|3 \cdot 4 - 0 + 6|}{\sqrt{9+1}} = \frac{9\sqrt{10}}{5}.$

11. - funcția $f: R - \{2\} \rightarrow R$, $f(x) = \begin{cases} \frac{a \ln(3-x)}{x-2}, & x < 2 \\ \frac{2^x - 4}{x-2}, & x > 2 \end{cases}$ poate fi prelungită prin continuitate pe R

dacă $f_s(2) = f_d(2) < \infty$, adică $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x < 2}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x > 2}} f(x) \Leftrightarrow -a = 4 \ln 2 \Rightarrow a = -4 \ln 2.$

12. - ecuația are rădăcină triplă $x = -1 \Leftrightarrow f(-1) = f'(-1) = f''(-1) = 0.$

$$f''(-1) = 0 \Leftrightarrow -6 - 2m = 0 \Rightarrow m = -3;$$

$$f'(-1) = 0 \Leftrightarrow 2m + n = -7 \Rightarrow n = -1;$$

$$f(-1) = 0 \Leftrightarrow -m - n + p = 5 \Rightarrow p = 1.$$

13. $f'(x) = \frac{-ax^2 + (4-2a)x + a}{(x^2+1)^2};$

- funcția f admite extrem în punctul de abscisă $x = 1$ dacă $f'(1) = 0 \Leftrightarrow \frac{4-2a}{4} = 0 \Rightarrow a = 2.$

14. $t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{dx}{x};$

$$F(x) = \int \frac{1}{x(1+\ln x)} dx = \int \frac{1}{1+t} dt = \ln|1+t| + C = \ln|1+\ln x| + C;$$

$$\left. \begin{array}{l} F(e) = \ln 2 + C \\ F(e) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow C = -\ln 2;$$

$$F(e^2) = \ln 3 - \ln 2 = \ln \frac{3}{2}.$$

15.

$$\begin{aligned}\int_1^2 \frac{x^3}{x+2} dx &= \int_1^2 (x^2 - 2x + 4) dx - \int_1^2 \frac{8}{x+2} dx \\ &= \left(\frac{x^3}{3} - x^2 + 4x \right) \Big|_1^2 - 8 \ln|x+2| \Big|_1^2 \\ &= \frac{10}{3} + 8 \ln \frac{3}{4}.\end{aligned}$$